

*Di hantar
ke dalam*

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

EUM 222 – KEBARANGKALIAN DAN STATISTIK GUNAAN

Masa : 3 jam

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **DUA BELAS (12)** muka surat bercetak dan **ENAM (6)** soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **EMPAT (4)** soalan.

Agihan markah bagi soalan diberikan disudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Gunakan $\alpha = 0.05$ jika nilai α tidak diberikan dalam soalan.

Jawab semua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Jika X dan Y adalah pembolehubah rawak dengan a dan b adalah pemalar, tunjukkan bahawa

If X and Y are random variables with constants a and b , show that

(i) $E(aX + b) = aE(X) + b$

(ii) $V(aX + b) = a^2V(X)$

(iii) $Cov(aX, bY) = abCov(X, Y)$

(6 markah)

- (b) Jika X dan Y adalah tak berkorelasi, tunjukkan bahawa

If X and Y are not correlated, show that

(i) $V(X + Y) = V(X - Y)$

(ii) $Cov(X + Y, X - Y) = V(X) - V(Y)$

(6 markah)

- (c) Sebuah lori pengantar menghantar barang dari titik A ke titik B dan kemudian kembali ke titik A melalui laluan yang sama setiap hari. Terdapat 3 lampu isyarat bagi laluan ini. Andaikan X ialah bilangan lampu isyarat merah yang ditempuhi oleh lori apabila menghantar barang ke titik B dan andaikan Y ialah bilangan lampu isyarat merah yang ditempuhi oleh lori apabila kembali semula ke titik A. Taburan kebarangkalian bercantum bagi X dan Y diberikan dibawah:

A delivery truck travels from point A to point B and back over the same route each day. There are three traffic lights on this route. Let X be the number of red lights the truck encounters on the way to delivery point B and let Y be the number of red lights the truck encounters on the way back to delivery point A. The joint probability distribution of X and Y is given below:

Y	X			
	0	1	2	3
0	0.01	0.02	0.07	0.01
1	0.03	0.06	0.10	0.06
2	0.05	0.12	0.15	0.08
3	0.02	0.09	0.08	0.05

- (i) Carilah taburan kebarangkalian sut bagi Y .
Find the marginal distribution for Y .

- (ii) Apakah jangkaan bilangan lampu merah yang ditempuhi oleh lori apabila melalui keseluruhan laluan – iaitu, apabila pergi ke titik B dan kembali ke titik A?

What is the expected number of red lights the truck will encounter over the entire route – that is, going to point B and back to point A?

- (iii) Carilah $Cov(X, Y)$.
Find $Cov(X, Y)$.

(13 markah)

2. (a) Carilah penganggar kebolehjadian maksimum bagi parameter A dalam fungsi ketumpatan kebarangkalian $f(x) = cxe^{-Ax}$ bagi $x > 0$ dan c ialah pemalar.

Find the maximum likelihood estimator for the parameter A in the probability density function $f(x) = cx \exp(-Ax)$ for $x > 0$ and c is a constant.

(6 markah)

- (b) Data yang berikut ialah satu set 13 sukatan parameter mutu air dalam ppm : 47, 53, 61, 57, 65, 44, 56, 52, 63, 58, 49, 51, 54. Adakah sampel ini bertabur secara normal?

The following data is a set of 13 measurements of a water quality parameter in ppm : 47, 53, 61, 57, 65, 44, 56, 52, 63, 58, 49, 51, 54.

Is the sample normally distributed?

(9 markah)

- (c) Pengilang meter kuasa membuat kenyataan bahawa apabila proses pengeluaran berjalan dengan betul, hanya 10% daripada meter kuasa yang dihasilkan adalah cacat. Seorang pembeli baru sahaja menerima sebanyak 25 meter kuasa dari pengilang. Andaikan pembeli ingin menguji $H_0 : p = 0.10$ melawan $H_1 : p > 0.10$ dengan p ialah kadaran meter kuasa yang cacat. Gunakan $x \geq 6$ sebagai rantau penolakan.

A manufacturer of power meters claims that when its production process is operating correctly, only 10% of the power meters will be defective. A vendor has just received a shipment of 25 power meters from the manufacturer. Suppose that the vendor wants to test $H_0 : p = 0.10$ versus $H_1 : p > 0.10$, where p is the proportion of power meters that are defective. Use $x \geq 6$ as the rejection region.

- (i) Tentukan nilai α .
Determine the value of α .
- (ii) Carilah nilai β apabila $p = 0.2$.
Find β if in fact $p = 0.2$.
- (iii) Kirakan kuasa bagi ujian ini.
Calculate the power of the test.

(10 markah)

3. (a) Sebuah syarikat pengeluar komponen elektronik ingin mengetahui sama ada terdapat hubungan antara jumlah tahun bekerja dengan kadar kecacatan. Keputusan bagi 100 pekerja diberikan di bawah:

A company producing electronic components wants to find out whether there is a relationship between years of work experience and defect rate. The results for 100 workers are given below.

Kadar Rate Kecacatan Defect	Jumlah Tahun Bekerja Years of Experience		
	1	2-5	6-10
Tinggi High	6	9	9
Rendah Low	9	19	23
Sederhana Average	7	8	10

Adakah terdapat hubungan antara kadar kecacatan dengan jumlah tahun bekerja?

Is there evidence of a relationship between defect rate and years of experience?

(9 markah)

- (b) Andaikan X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel rawak daripada taburan gama dengan parameter $\alpha = 2$ dan β tak diketahui. (Bagi taburan gama, $E(X_i) = \alpha\beta$ dan $V(X_i) = \alpha\beta^2$). Pertimbangkan dua penganggar bagi β : \bar{X} dan $\frac{\bar{X}}{2}$. Penganggar manakah yang terbaik?

Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a gamma distribution with parameters $\alpha = 2$ and β unknown. (For the gamma distribution $E(X_i) = \alpha\beta$ and $V(X_i) = \alpha\beta^2$). Consider two estimators for β : \bar{X} and $\frac{\bar{X}}{2}$. Which is the best estimator?

(10 markah)

- (c) Satu algoritma hibrid baru telah digunakan untuk menyelesaikan masalah matematik yang sangat rumit. Data yang berikut merupakan masa penyelesaian menggunakan algoritma tersebut:

A new hybrid algorithm was used for solving complex mathematical problems. The following data are the solution times using the algorithm:

$$n = 52, \bar{x} = 0.8121923 \text{ dan } s^2 = 2.2643035.$$

Carilah selang keyakinan 95% bagi varians masa penyelesaian.

Find the 95% confidence interval for the variance of the solution times.

(6 markah)

...8/-

4. Data yang berikan di bawah merupakan keputusan ujian tegangan bagi spesimen keluli dengan Y adalah pemanjangan dalam ribuan daripada seinci yang terhasil apabila daya tegangan adalah X ribuan paun.

The data below are the results of a tensile test of a steel specimen where Y is elongation in thousandths of an inch that resulted when the tensile force was X thousands of pounds.

Y	X
0.8	2.8
1.6	4.9
3.1	6.5
4.4	8.1
6.3	8.8
7.9	9.1
9.2	8.9

- (i) Plotkan Y melawan X dan berikan komen terhadap plot itu.
Plot Y against X and comment on the plot.
- (ii) Suaikan suatu model regresi polynomial berbentuk
$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_{11} X^2$$

Fit a polynomial regression model of the form $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_{11} X^2$.
- (iii) Ujikan terhadap kecukupan model itu.
Test for adequacy of the model.
- (iv) Carilah nilai pekali penentuan berganda.
Find the value of the coefficient of multiple determination.

(25 markah)

...9/-

Anda diberikan bahawa :

You are given that:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 11.417 & -4.004 & 0.31 \\ -4.004 & 1.495 & -0.12 \\ 0.31 & -0.12 & 0.00977 \end{pmatrix}$$

5. (a) Seorang jurutera komputer berpendapat bahawa jumlah bingkisan X per unit masa yang tiba pada nod dalam rangkaian komputer bertabur secara Poisson dengan parameter λ (iaitu $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$). Keputusan bagi bilangan bingkisan yang tiba bagi setiap 150 selang masa telah diperolehi dan diberikan di bawah.

A computer engineer conjectures that the number of packets X per unit of time arriving at a node in a computer network has a Poisson distribution with parameter λ (that is $P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$). The results of the number of arriving packets for each of 150 time intervals were obtained and given below.

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	≥ 10
O_i	2	10	25	25	39	15	14	13	5	1	1

Disini i ialah jumlah ketibaan dan O_i ialah jumlah selang masa yang dicerapkan dengan i ketibaan. Adakah data ini konsisten dengan andaian bahawa X mempunyai taburan Poisson?

Here i is the number of arrivals and O_i is the observed number of time intervals with i arrivals. Are these data consistent with the assumption that X has a Poisson distribution?

(15 markah)

- (b) Dalam kajian perbandingan saiz kod, lima penentuan bagi jumlah byte yang diperlukan untuk mengekod lima bebankerja bagi dua pemproses telah direkodkan. Data tersebut diberikan dibawah:

In a code size comparison study, five determinations of the number of bytes required to code 5 workloads on two different processors were recorded. The data are given below:

Sistem 1 System 1	Sistem 2 System 1
101	130
144	180
211	141
288	374
72	302

Adakah data ini menunjukkan perbezaan bererti antara dua sistem ini?
Andaikan data dikutip daripada taburan normal.

*Do the data indicate a significant difference between the two systems?
Assume that the data comes from a normal distribution*

(10 markah)

6. (a) Terangkan dengan jelas maksud proses stokastik dan maksud rantai Markov.

Explain clearly the meaning of stochastic process and Markov chain.

(5 markah)

- (b) Pertimbangkan matriks peralihan bagi rantai Markov dibawah:

Consider the following transition matrix of a Markov chain:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Tunjukkan bahawa semua keadaan dalam rantai Markov di atas adalah ergodik.

Show that all states in the above Markov chain is ergodic.

(10 markah)

- (c) Sebuah mesin digunakan untuk menghasilkan alat kepersisan. Jika mesin berada dalam keadaan baik pada hari ini, maka dalam 90% daripada keseluruhan masa, ianya akan berada dalam keadaan baik pada keesokkan harinya. Jika mesin berada dalam keadaan tidak baik pada hari ini, maka dalam 80% daripada keseluruhan masa, ianya akan berada dalam keadaan tidak baik pada keesokkan harinya. Jika mesin berada dalam keadaan baik, ianya boleh menghasilkan 100 alat sehari. Jika mesin berada dalam keadaan tidak baik, ianya boleh menghasilkan 60 alat sehari. Pada puratanya, berapa banyakkah alat yang dihasilkan sehari?

A machine is used to produce precision tools. If the machine is in good condition today, then 90% of the time, it will be in good condition tomorrow. If the machine is in bad condition today, then 80% of the time, it will be in bad condition tomorrow. If the machine is in good condition, it produces 100 tools per day. If the machine is in bad condition, it produces 60 tools per day. On the average, how many tools per day are produced?

(10 markah)